Przewodniki

- substancje zawierające swobodne nośniki ładunku elektrycznego:

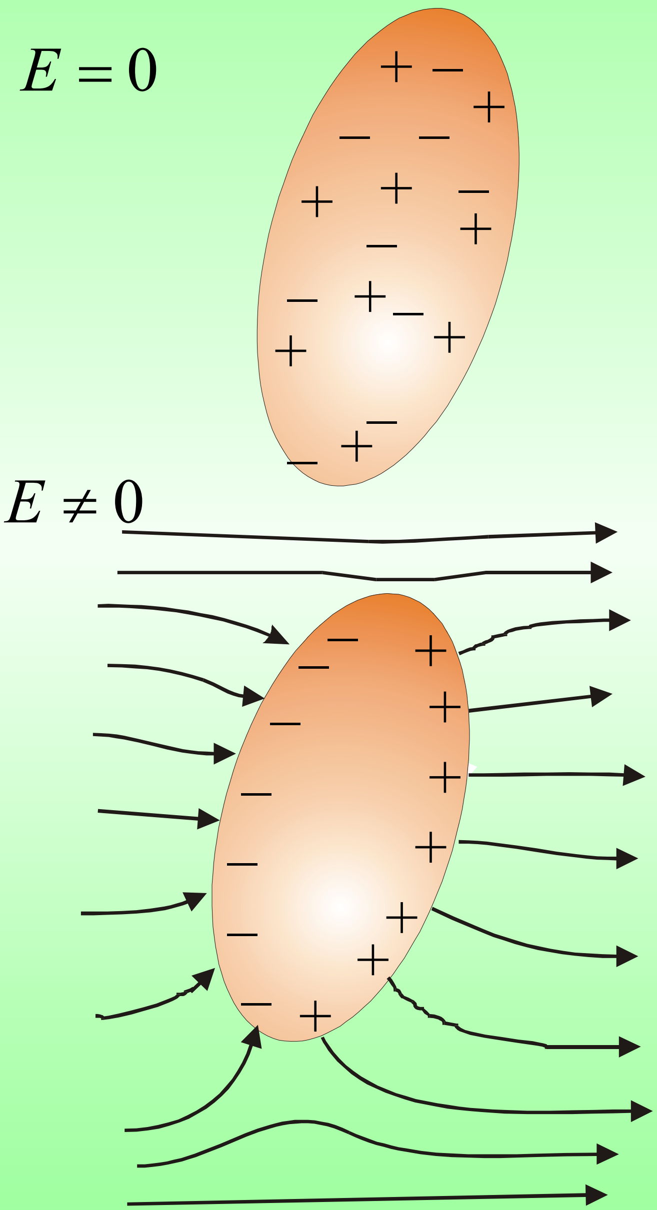
elektrony – metale,

jony – wodne roztwory elektrolitów,

elektrony + jony – zjonizowany gaz (plazma)

$$\frac{\text{przewodnictwo elektryczne metali}}{\text{przewodnictwo elektryczne izolatorów}} \approx 10^{20}$$

Przewodniki w polu elektrycznym

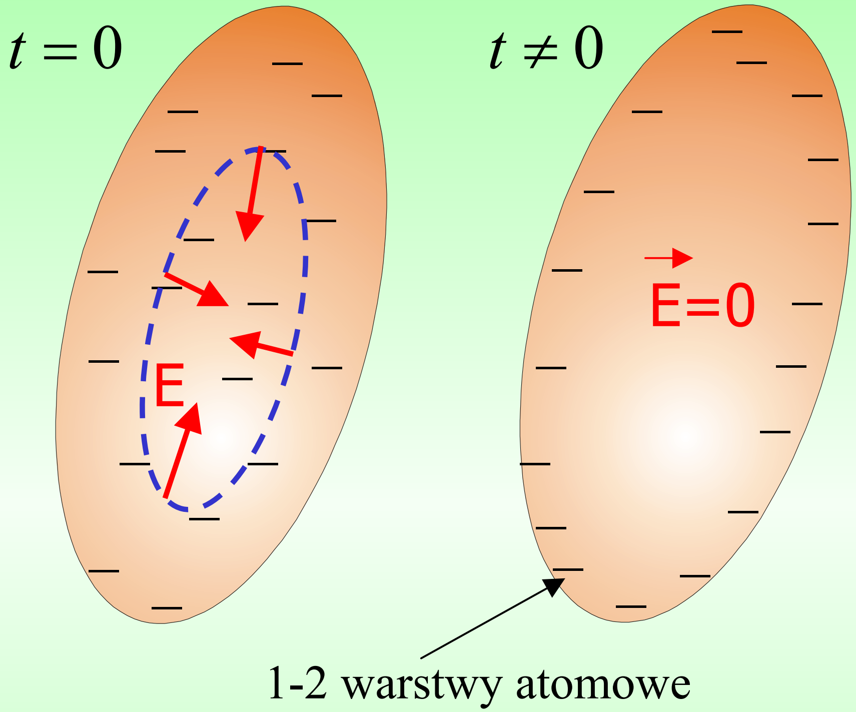


Zewnętrzne pole elektryczne wymusza ruch swobodnych nośników ładunku – dodatnich i ujemnych – w przeciwnych kierunkach.

Prowadzi to gromadzenia się ładunków przeciwnych znaków na powierzchni przewodnika i wytworzenia pola elektrycznego, które w warunkach równowagi kompensuje początkowe pole zewnętrzne (całkowite pole elektryczne wewnątrz przewodnika po ustaleniu się stanu równowagi równe jest zero).

Zjawisko indukcji elektrostatycznej.

Rozkład ładunku w przewodniku



Załóżmy, że w chwili *t=0* nośniki ładunku rozmieszczone są równomiernie w całej objętości przewodnika.

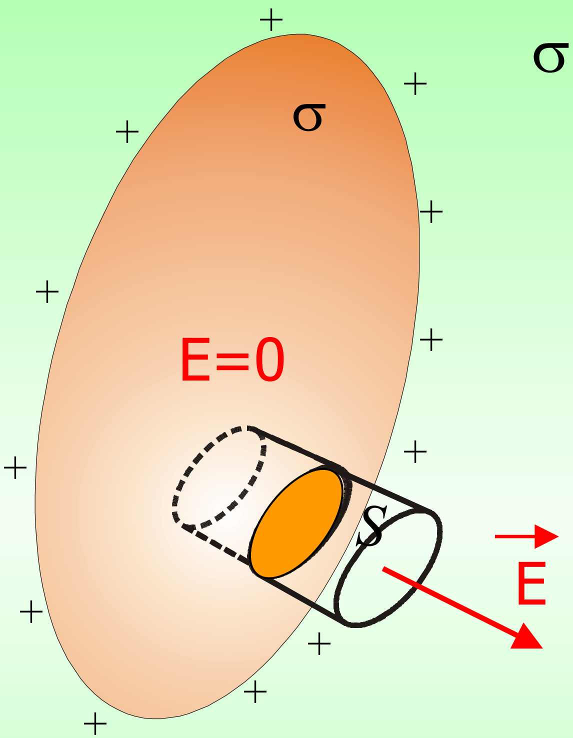
Pole elektryczne wewnątrz przewodnika powoduje ruch nośników ładunku ku jego powierzchni.

Ruch ładunku trwa dotąd, aż pole wewnątrz przewodnika nie zaniknie

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$$

Z tw. Gaussa wynika, że gęstość ładunku wewnątrz przewodnika jest równa zeru (ładunek gromadzi się na powierzchni przewodnika)

Pole elektryczne wokół przewodnika



σ – gęstość powierzchniowa ładunku

Zakładamy, że ładunki nie poruszają się (elektrostatyka)

Wewnątrz przewodnika: $E = 0$ ($\varphi = const$)

Na zewnątrz: $E \perp$ do powierzchni przewodnika (nie ma ruchu ładunków)

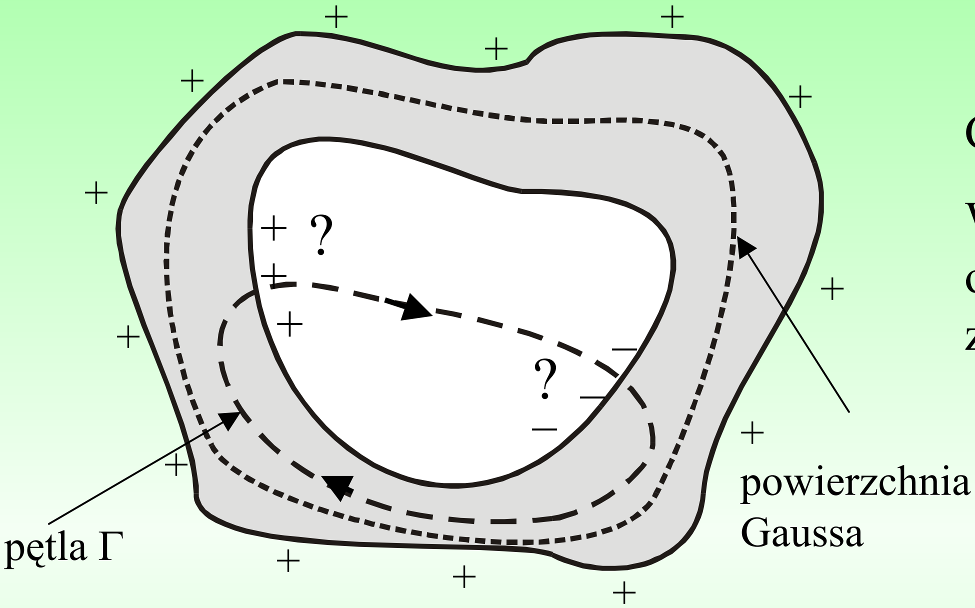
Stosujemy prawo Gaussa obliczając strumień pola elektrycznego przepływający przez powierzchnię boczną walca prostopadłego do powierzchni przewodnika. Niezerowy strumień przepływa jedynie przez podstawę walca o powierzchni S na zewnątrz przewodnika:

$$SE = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \qquad \text{stąd:} \qquad \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

(dwa razy więcej niż dla naładowanej płaszczyzny)

Powierzchnia przewodnika jest powierzchnią ekwipotencjalną

Pole elektryczne we wnęce przewodnika



Czy we wnęce występuje pole elektryczne?

Wybieramy powierzchnię Gaussa obejmującą wnękę (cała powierzchnia zawiera się w materiale przewodzącym)

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow Q_{wew} = 0$$

Wniosek: suma ładunków na wewnętrznej powierzchni przewodnika równa jest zeru

Załóżmy, że na wewnętrznej powierzchni przewodnika mamy rozłożone nierównomiernie ładunki dodatnie i ujemne, tzn. we wnęce występuje pole elektryczne. Całkując po konturze Γ wzdłuż linii pola we wnęce:

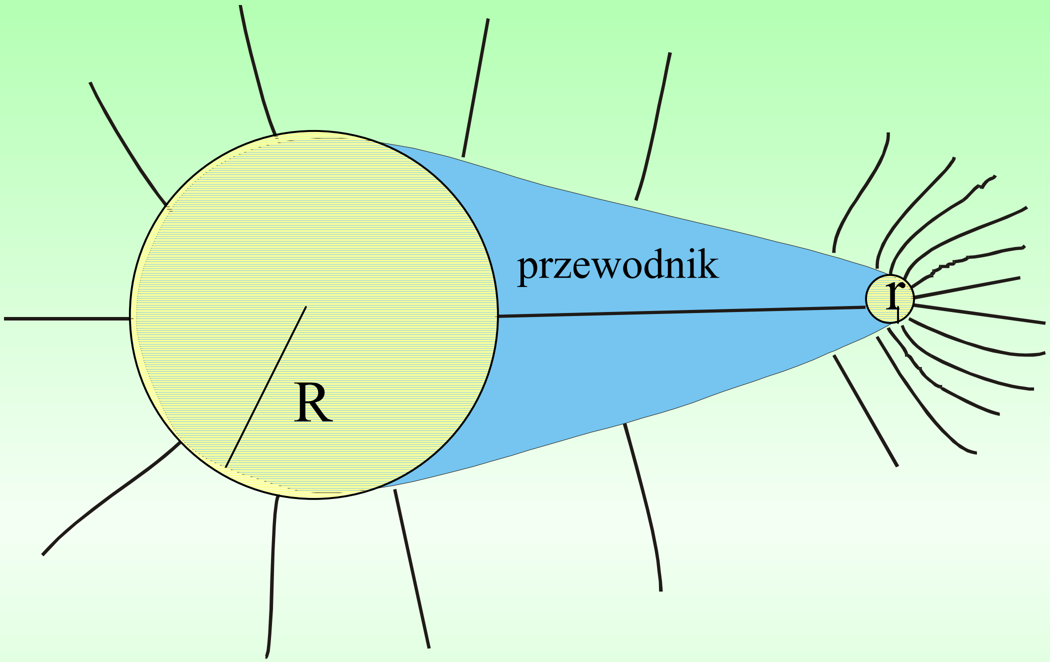
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

Wniosek: Jeżeli wnęka otoczona jest przewodnikiem to żaden statyczny rozkład ładunku na zewnątrz nie może wytworzyć pola wewnątrz (ekranowanie).

Oznaczałoby to, że całka po konturze zamkniętym Γ jest różna od zera. Tymczasem dla dowolnego pola elektrostatycznego:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Gęstość ładunku na powierzchni przewodnika



Przewodzące kule o promieniach R i r połączone przewodzącą nicią są uproszczonym modelem przewodnika przedstawionego na rysunku.

Załóżmy, że długość nici jest tak duża, że pole w pobliżu powierzchni każdej z kul jest nie zaburzone przez pole drugiej kuli. Na kule wprowadzamy ładunek Q

W warunkach równowagi:

$$\left.\begin{aligned}\varphi(R) &= \varphi(r)\\ \varphi(R) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}\\ \varphi(r) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{Q}{R}=\frac{q}{r} \Rightarrow \frac{E(R)}{E(r)}=\frac{Q/R^2}{q/r^2}=\frac{r}{R}<1$$

$$E(R)<E(r) \Rightarrow \sigma(R)<\sigma(r) \quad \text{bo} \quad E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Pole elektryczne wokół przewodników

$$\Delta\varphi = 0, \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$

równanie Laplace'a

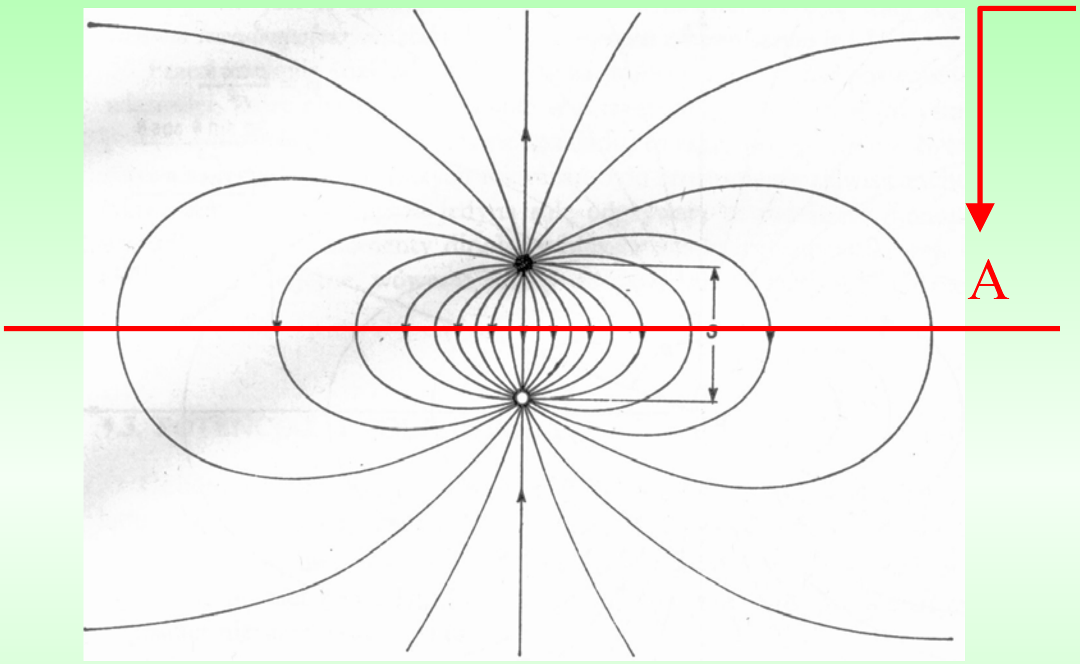
Warunki brzegowe, np:

- zadany potencjał na powierzchni przewodnika,

- potencjał w „nieskończoności" dąży do zera,

- zadany ładunek na powierzchni przewodnika,

Metoda obrazów



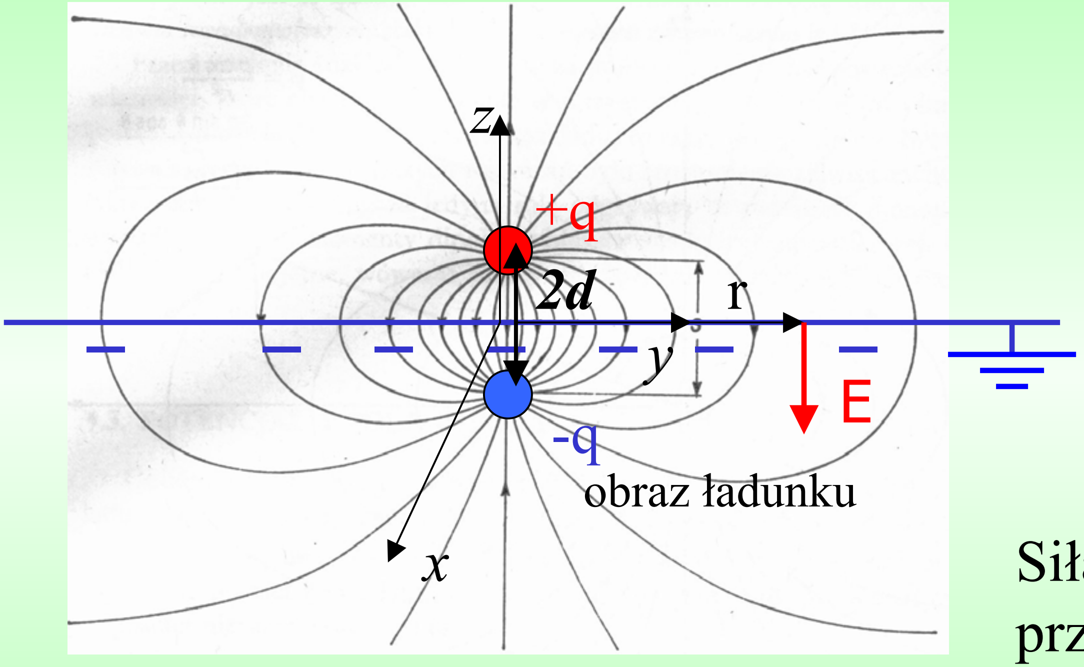
powierzchnia
ekwipotencjalna $\varphi = 0$

Uwaga:

wstawienie w miejsce płaszczyzny cienkiej folii wykonanej z materiału przewodzącego nie zmienia pola elektrycznego:

$$\varphi = 0, \qquad E \perp A$$

Ładunek punktowy w pobliżu powierzchni przewodzącej



Siła z jaką uziemiona płaszczyzna przyciąga ładunek $+q$:

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2d)^2}}$$

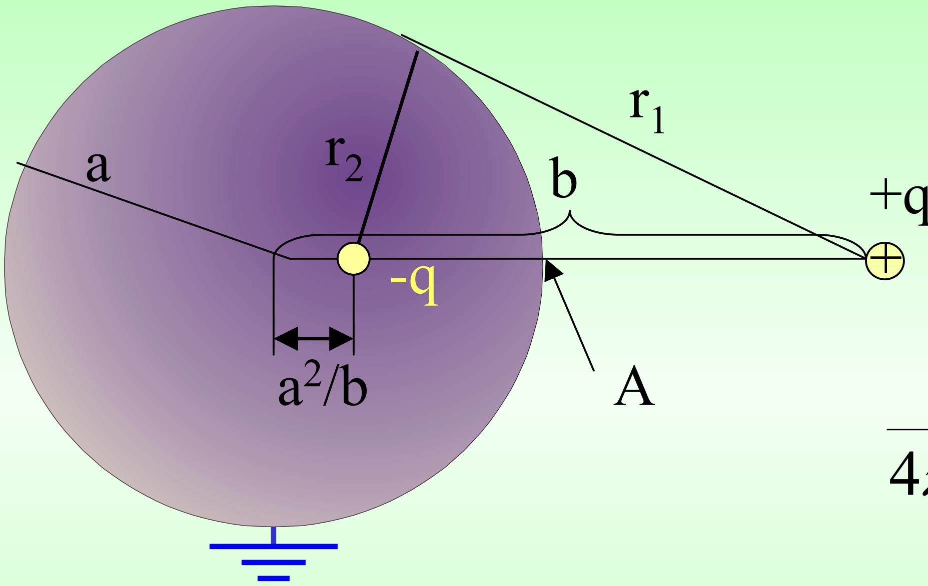
Ładunek punktowy w pobliżu powierzchni przewodzącej

Zadanie znalezienia pola sprowadza się do obliczenia pola wytworzonego przez dwa ładunki punktowe o jednakowych wartościach lecz przeciwnych znakach:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_+(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}} \\ \varphi_-(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}}\end{aligned}\right\} \qquad \varphi(\vec{r}) = \varphi_+(\vec{r}) + \varphi_-(\vec{r})$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2dq}{\left(r^2+\frac{(2d)^2}{4}\right)^{3/2}} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \int_0^\infty \sigma\cdot 2\pi r dr = -q$$

Ładunek punktowy w pobliżu uziemionej kuli przewodzącej



Na powierzchni przewodnika: $\varphi_1 + \varphi_2 = 0$

Czyli:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q'}{r_2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{q'}{q} = -\frac{r_2}{r_1}$$

Kula stanowi zbiór punktów, których odległości od dwóch wybranych punktów są w stałym stosunku, np. punkt A. Jeżeli ładunek *q'* umieścić w odległości a^2/b od środka kuli:

$$\frac{a - \frac{a^2}{b}}{b-a} = \frac{\frac{a}{b}(b-a)}{b-a} = \frac{a}{b}$$

Stąd:

$$\boxed{q' = -q\frac{a}{b}}$$