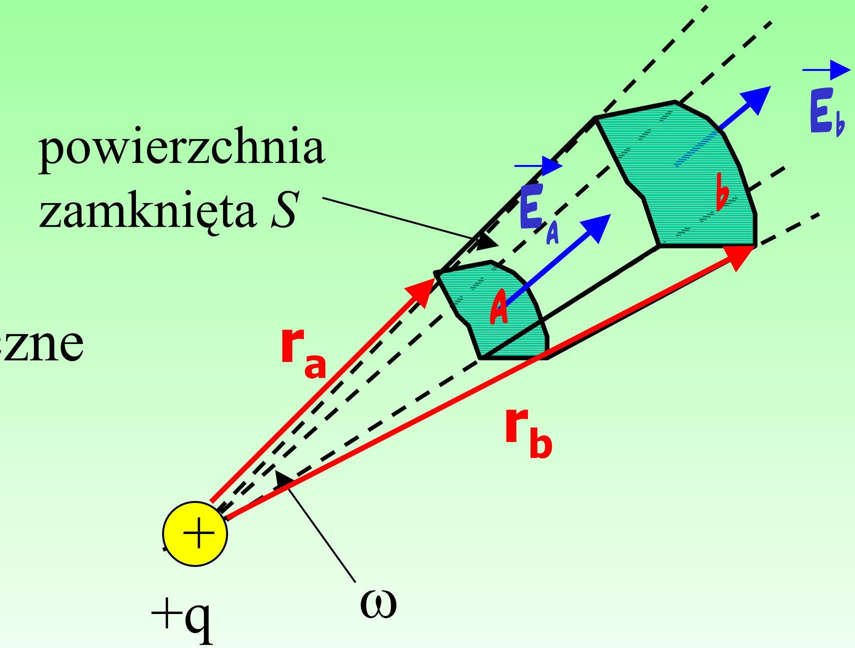
Strumień wektora $\vec{E}$



Założenie: a, b – powierzchnie sferyczne

$$d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{a}$$

$$\Phi_{pow.boczna} = 0$$

$$\Phi_a = \int_a \vec{E}_a \cdot d\vec{a}$$

$$\Phi_b = \int_b \vec{E}_b \cdot d\vec{b}$$

ale

$$E_a \propto \frac{1}{r_a^2} \qquad a \propto r_a^2$$

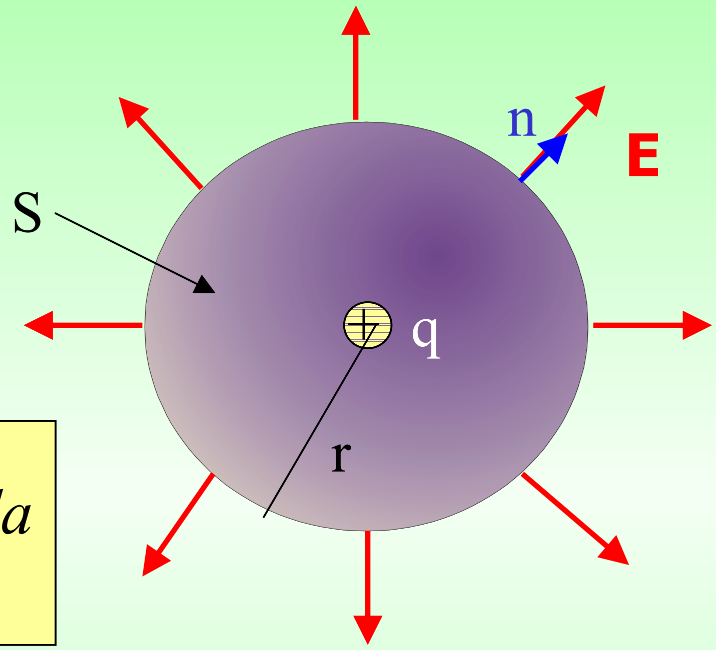
$$E_b \propto \frac{1}{r_b^2} \qquad b \propto r_b^2$$

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = 0$$

Całkowity strumień wektora ***E*** przez dowolną powierzchnię zamkniętą S w polu ładunku punktowego (nie obejmowanym przez tą powierzchnię) jest równy zeru.

Strumień wektora $\vec{E}$ przez powierzchnię kulistą

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

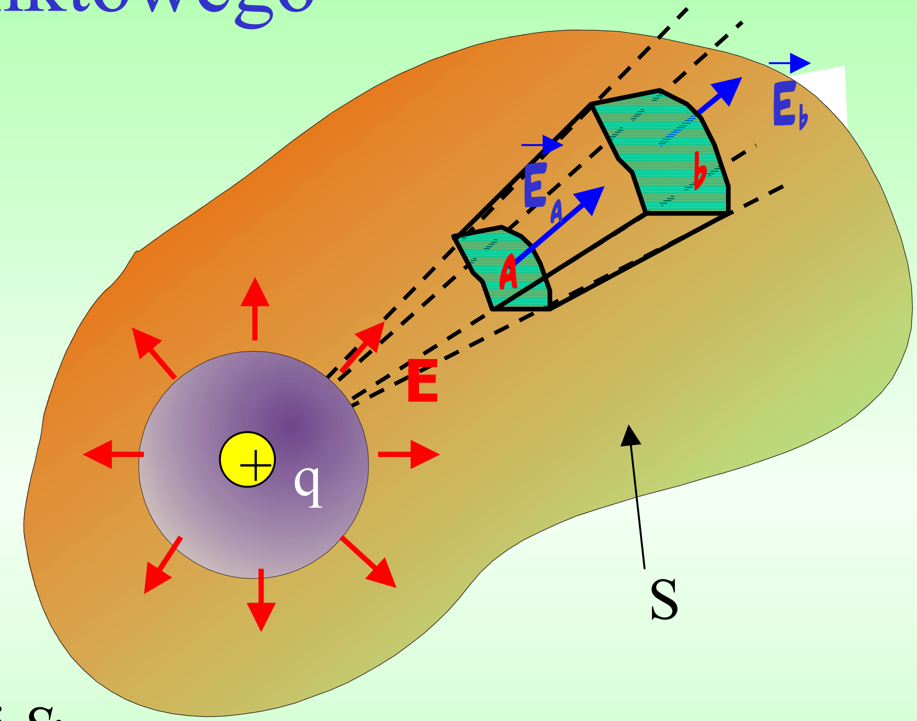


$$\Phi_S = \int\limits_{S\_kuli} \vec{E}\cdot\vec{n}da = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\int\limits_{S\_kuli}\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{n}da$$

ale $\quad \vec{r} \parallel \vec{n} \Rightarrow \frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{n} = \frac{r}{r} = 1 \quad$ zatem $\quad \int\limits_{S\_kuli} da = 4\pi r^2$

Stąd $\quad \Phi_S = \frac{q}{\varepsilon_0}$

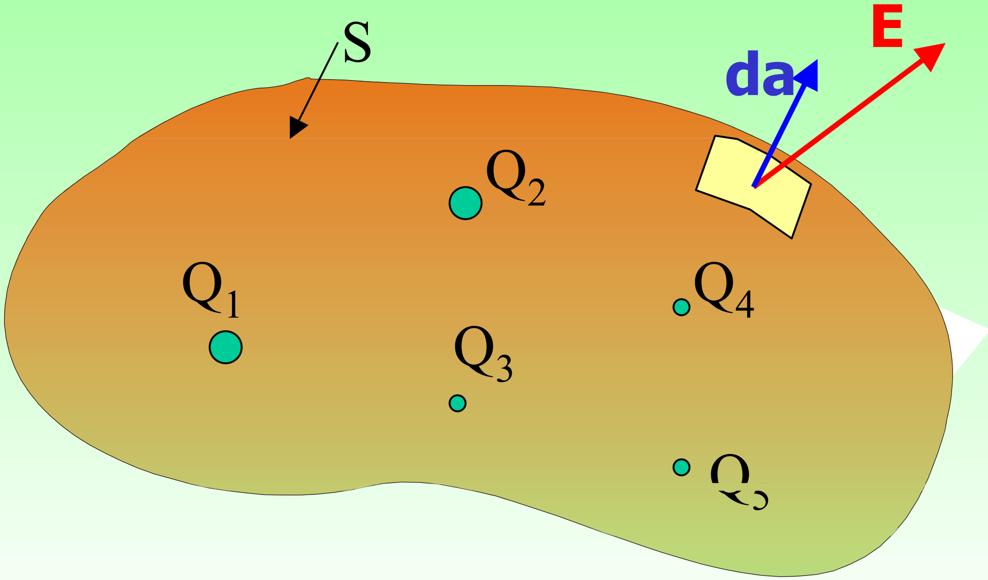
Strumień wektora *E* przez powierzchnię *S* a lokalizacja ładunku punktowego



Dla dowolnej powierzchni zamkniętej *S*:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \begin{cases} 0, & q \text{ na zewnątrz powierzchni } S \\ \dfrac{q}{\varepsilon_0}, & q \text{ wewnątrz powierzchni } S \end{cases}$$

Prawo Gaussa.



Strumień przez dowolną powierzchnię zamkniętą równy jest sumie strumieni wypływających ze wszystkich części, na które została ona podzielona

$$\Phi = \sum_i \Phi_i \qquad \text{ale} \qquad \Phi_i = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$$

Oznaczmy:

$$Q_{wewn} = \sum_{S_{wewn.}} Q_i$$

Prawo Gaussa:

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_0}$$

Strumień pola elektrycznego ***E*** w próżni przez dowolną powierzchnię zamkniętą *S* równy jest całkowitemu ładunkowi Q_{wewn} zawartemu wewnątrz tej powierzchni, podzielonemu przez przenikalność elektryczną próżni ε_0.

Prawo Gaussa w postaci różniczkowej

$$\int_S \vec{C} \cdot d\vec{a} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{C} dV$$

Twierdzenie Gaussa: Całka po dowolnej powierzchni zamkniętej ze składowej normalnej wektora jest równa całce objętościowej po obszarze ograniczonym tą powierzchnią, z dywergencji tego wektora

$$\boxed{\int_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_0}}$$

Dla ciągłego rozkładu ładunku: $Q_{wewn} = \int_V \rho(x, y, z) dV$

Stąd: $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \int_V \frac{\rho(x, y, z)}{\varepsilon_0} dV$

Zatem:

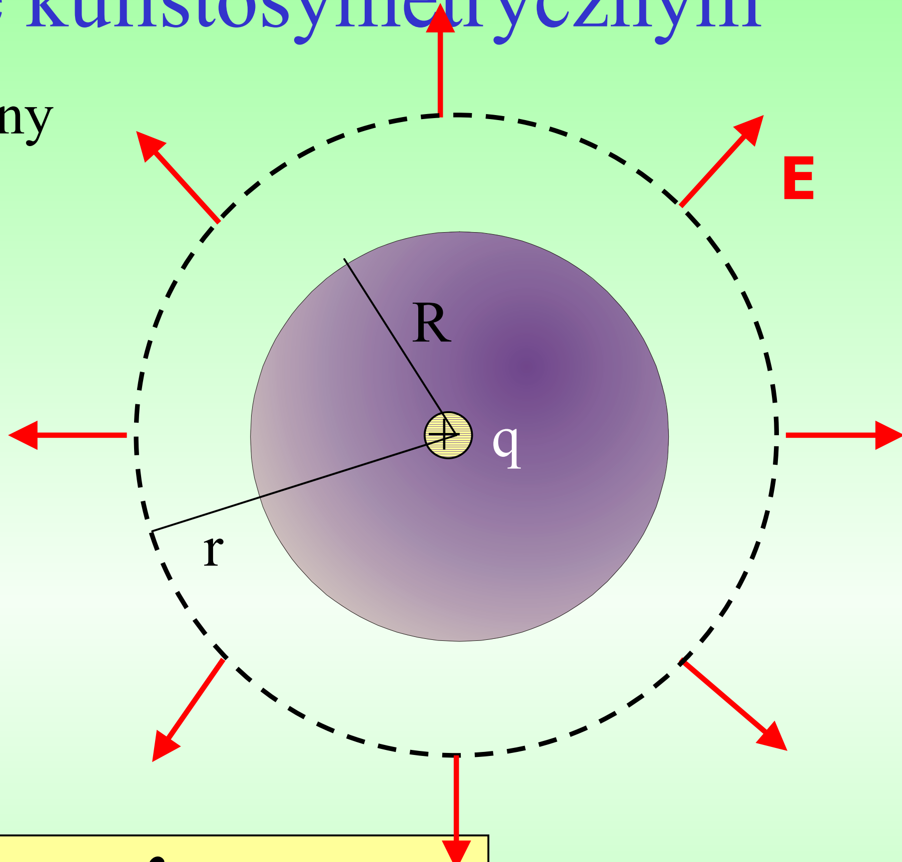
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \left(div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \right)$$

Różniczkowa postać prawa Gaussa.

(I prawo Maxwella)

Pole ładunku o rozkładzie kulistosymetrycznym

$\rho = \rho(r)$ rozkład kulistosymetryczny



Wybieramy powierzchnię o takiej samej symetrii jak symetria wytwarzanego przez ładunek pola elektrycznego – tutaj sfera

Z prawa Gaussa:

$$\int \vec{E} \cdot \vec{n} da = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V q(x, y, z) dV$$

Na powierzchni sfery: $\int \vec{E} \cdot \vec{n} da = \int E da = E \int da = 4\pi r^2 E$

Stąd:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \int_{V(r)} \rho(x, y, z) dV$$

Pole ładunku o rozkładzie kulistosymetrycznym

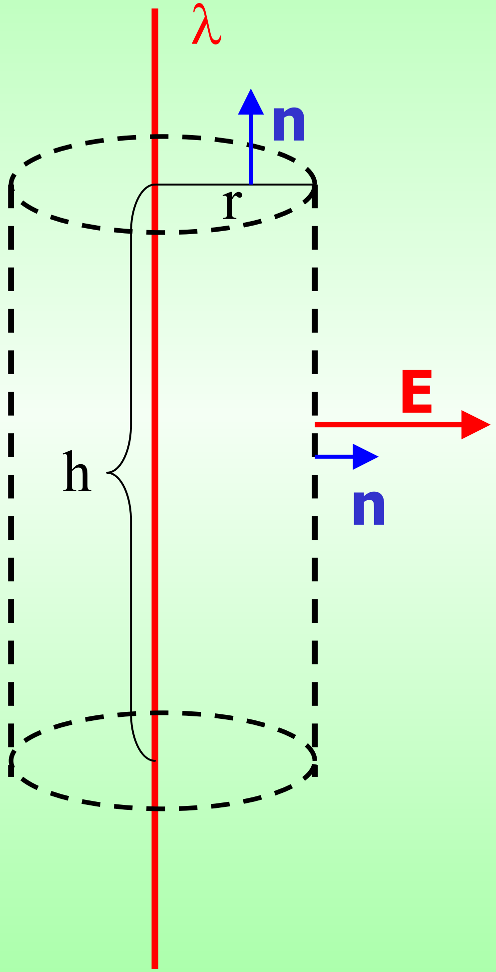
$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}, & r > R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}, & r = R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}\displaystyle\int_{V(r)} \rho(x, y, z)\,dV, & r < R \end{cases}$$

$$Q = \int_{V(R)} \rho(x, y, z)\,dV$$

Pole ładunku o rozkładzie liniowym

λ – liniowa gęstość ładunku

Wybieramy powierzchnię o takiej samej symetrii jak symetria wytwarzanego przez ładunek pola elektrycznego – tutaj powierzchnia walca, którego oś wyznacza liniowy rozkład ładunku



Strumień wektora ***E*** przez podstawy walca równy jest zeru (***E*** jest prostopadłe do osi walca)

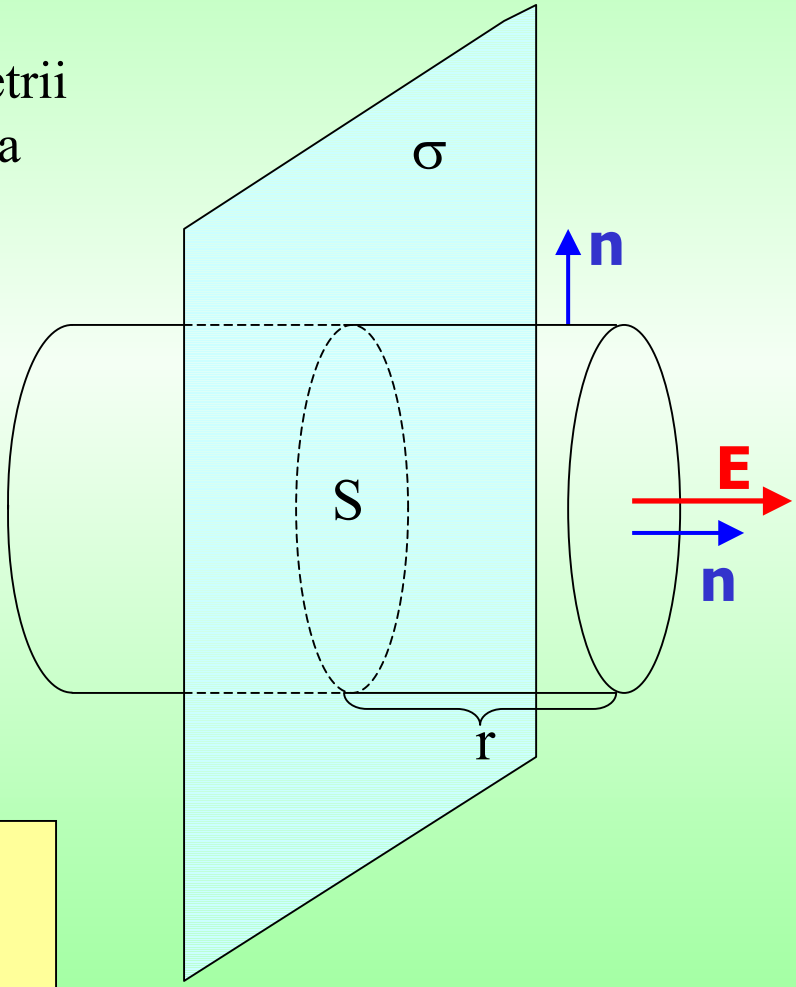
Na powierzchni bocznej: $$2\pi r l E = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

Stąd: $$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

Pole wytworzone przez nieskończoną, równomiernie naładowaną płaszczyznę

σ – powierzchniowa gęstość ładunku

Wybieramy powierzchnię o takiej samej symetrii jak symetria wytwarzanego przez ładunek pola elektrycznego – tutaj powierzchnia walca prostopadłego do płaszczyzny



Strumień wektora ***E*** przez powierzchnię boczną walca równy jest zeru (***E*** jest równoległe do osi walca)

Na podstawach:

$$2SE = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

Stąd:

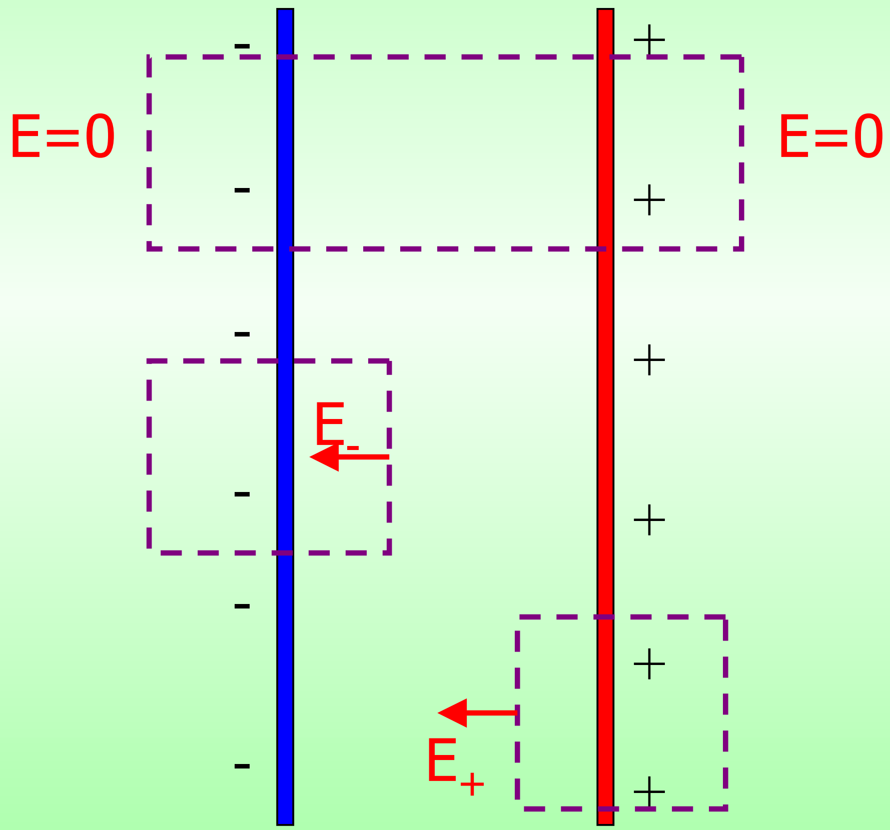
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Pole wytworzone przez dwie nieskończone, równomiernie naładowane płaszczyzny

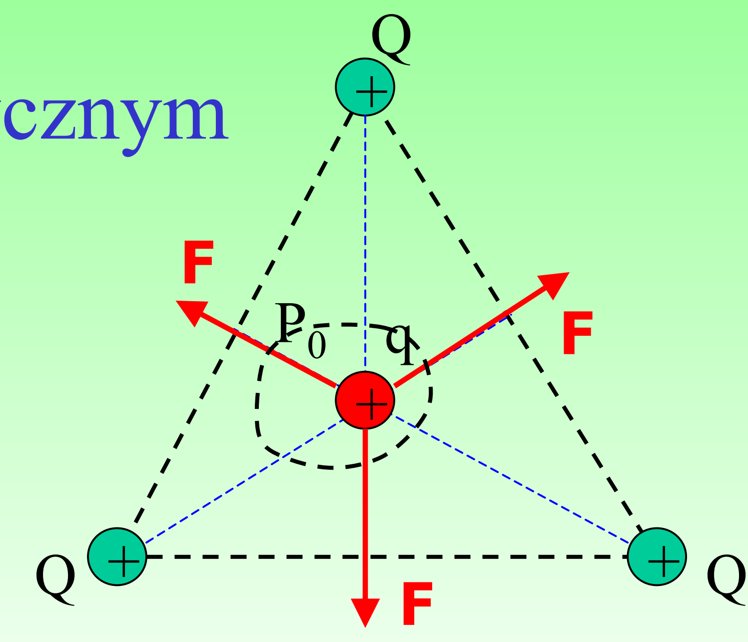
$$E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_+ = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = E_- + E_+ = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

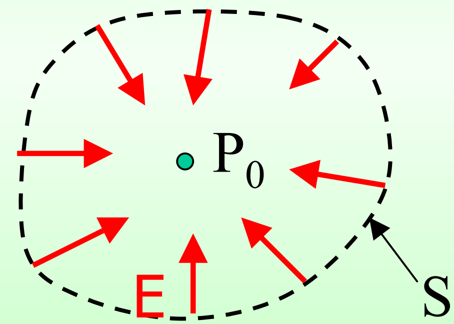


Równowaga w polu elektrostatycznym



Czy położenie (środek trójkąta równobocznego) ładunku q jest położeniem równowagi trwałej?

Gdyby punkt P_0 był położeniem równowagi trwałej ładunku dodatniego punktowego, to pole elektryczne wszędzie w jego otoczeniu skierowane byłoby ku niemu.



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} \neq 0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{wewn} = 0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = 0$$

sprzeczność

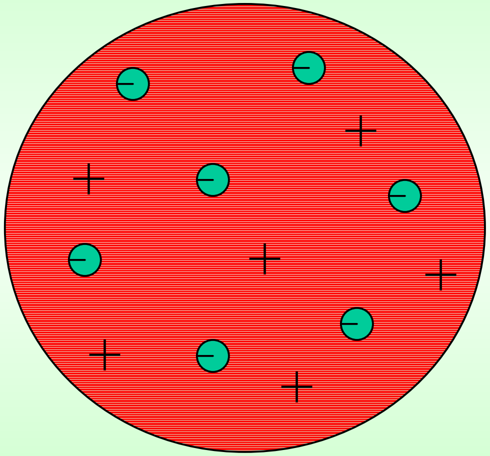
Zgodnie z prawami fizyki klasycznej żaden układ statyczny, w którym działają jedynie siły elektryczne nie może osiągnąć stanu równowagi trwałej.

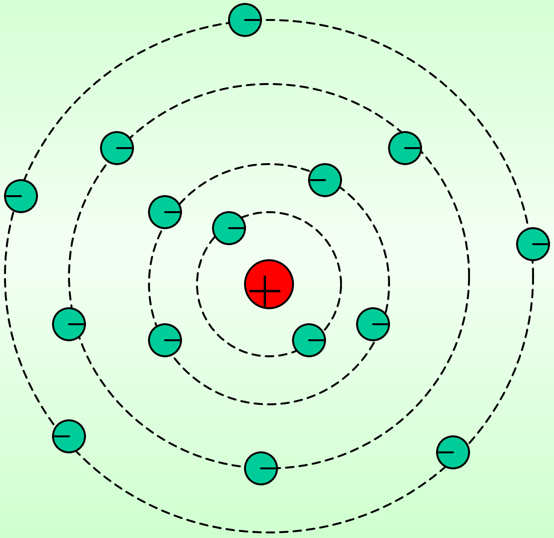
Trwałość atomów

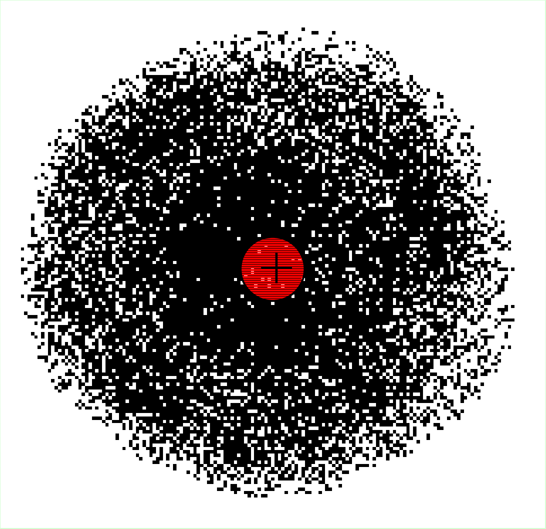
Modele atomu

Thomsona

Rutherforda_Bohra







Elektron jest rozmyty w przestrzeni wokół jądra