Elektryczność i magnetyzm

II rok, III semestr

Czas trwania: wykład 60 godz., ćwiczenia 60 godz.

Zaliczenie przedmiotu – zaliczenie ćwiczeń + min.30 pkt:

egzamin testowy	25 pkt
egzamin ustny	25 pkt

Prowadzący: dr Jacek Semaniak

Literatura

1. R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *Feynmana wykłady z fizyki, Elektryczność i magnetyzm*. *Elektrodynamika*.
   Tom 2.1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001
2. E.M. Purcell, *Elektryczność i magnetyzm*,
   PWN, Warszawa 1975
3. A.K. Wróblewski, J.A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki*,
   Tom 2 cz. 2, PWN

Program wykładu - 1

1. Pola skalarne i wektorowe. Podstawy rachunku różniczkowego i całkowego pól wektorowych.

Wielkości charakteryzujące pola wektorowe. Iloczyn skalarny i wektorowy. Pochodne pól. Operator ∇. Operacje algebraiczne z operatorem ∇. Całki wektorowe. Strumień pola wektorowego. Krążenie pola wektorowego. Pola bezwirowe i bezźródłowe.

2. Elektrostatyka. Opis wektorowy pola elektrostatycznego.

Ładunek elektryczny. Prawo zachowania ładunku. Prawo Coulomba. Zasada superpozycji. Pole elektryczne. Wektor natężenia pola elektrostatycznego. Linie pola. Dipol elektryczny. Momenty dipolowe cząsteczek.

3. Prawo Gaussa i jego zastosowania.

Strumień pola elektrostatycznego. Prawo Gaussa. Różniczkowa postać prawa Gaussa. Pole ładunku kulistego, liniowego, warstwy naładowanej (pole pomiędzy dwoma warstwami). Równowaga w polu elektrostatycznym. Trwałość atomów.

4. Potencjał elektryczny.

Praca w polu elektrostatycznym. Zachowawczość pola elektrostatycznego. Potencjał i różnica potencjałów. Energia ładunku punktowego. Energia elektrostatyczna ładunków.

Program wykładu - 2

5. Pole elektrostatyczne w obecności przewodników.

Przewodniki w polu elektrostatycznym. Pojemność przewodnika. Rozkład ładunku w przewodnikach. Wnęki i ostrza. Metoda obrazów: ładunek punktowy w obecności płaszczyzny i kuli przewodzącej. Kondensator. Łączenie kondensatorów. Pole elektryczne kondensatora. Energia kondensatora.

6. Dielektryki.

Mechanizm polaryzacji dielektryków. Stała dielektryczna. Wektor polaryzacji. Równania elektrostatyki dla pól z dielektrykami. Pola i siły w dielektrykach. Dielektryki polarne i niepolarne.

7. Prąd elektryczny.

Natężenie i gęstość prądu. Klasyczny model przewodnictwa elektrycznego dla metali. Równanie ciągłości, pierwsze prawo Kirchoffa. Opór elektryczny. Prawo Ohma. Ciepło Joule'a. Łączenie oporów. Siła elektromotoryczna. Drugie prawo Kirchoffa. Obwody elektryczne. Ładowanie kondensatora przez opór.

8. Elementy teorii pasmowej ciał stałych.

Założenia kwantowej teorii gazu elektronowego. Pasmowa teoria ciała stałych. Przewodniki, izolatory, półprzewodniki. Kontaktowa różnica potencjałów. Termoemisja, Zjawiska termoelektryczne: Seebecka, Thompsona i Peltiera.

Program wykładu - 3

9. Prąd elektryczny w elektrolitach i gazach.

Dysocjacja. Przewodnictwo elektryczne elektrolitów. Prawa elektrolizy. Czynniki jonizujące. Prądy elektryczne w atmosferze. Pole elektryczne wokół przewodnika prostoliniowego - zasada działania detektorów gazowych.

10. Pole magnetyczne.

Siła Lorentza. Indukcja magnetyczna. Zjawisko Halla. Siła elektrodynamiczna. Doświadczenie Oersteda. Prawo Biota-Savarta. Prawo Ampere'a. Pole magnetyczne przewodnika prostoliniowego, kołowego i solenoidu. Prądy atomowe. Dipol magnetyczny. Prawo Gaussa. Potencjał wektorowy. Względność pól elektrycznego i magnetycznego.

11. Indukcja elektromagnetyczna.

Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya. Samoindukcja i indukcja wzajemna. Energia pola magnetycznego. Obwody LC. Prąd zmienny. Równania Maxwella. Prędkość światła.

12. Pole magnetyczne w materii.

Siły działające na dipol w zewnętrznym polu magnetycznym. Energia dipola. Diamagnetyzm. Paramagnetyzm. Podatność magnetyczna. Ferromagnetyzm.

Pole wektorowe i skalarne

Pole wielkości fizycznej ***A***: przestrzeń lub cześć przestrzeni, w której każdemu punktowi przyporządkowana jest określona wielkość fizyczna ***A***.

Tzn.

Każdemu punktowi (x,y,z) przestrzeni przypisujemy wielkość (mogącą zmieniać się w czasie t), którą traktujemy jako funkcję zmiennych x, y, z i t.

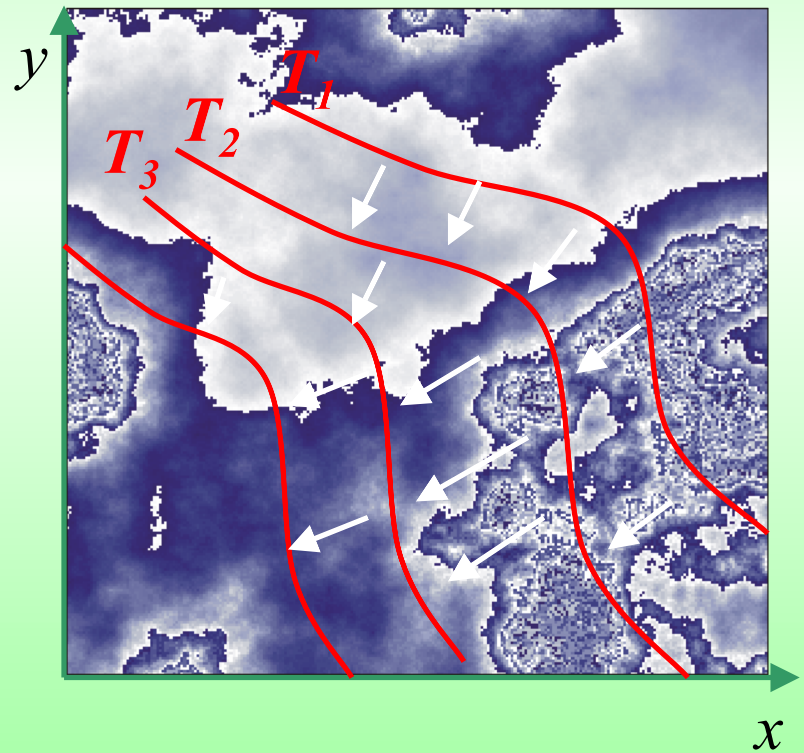
$\vec{A}$	funkcja wektorowa	$\Longrightarrow$	pole wektorowe
A	funkcja skalarna	$\Longrightarrow$	pole skalarne

Prawa fizyczne zapisane w postaci równań, których obie strony są skalarami lub wektorami nie zależą od wyboru układu odniesienia.

Pole skalarne

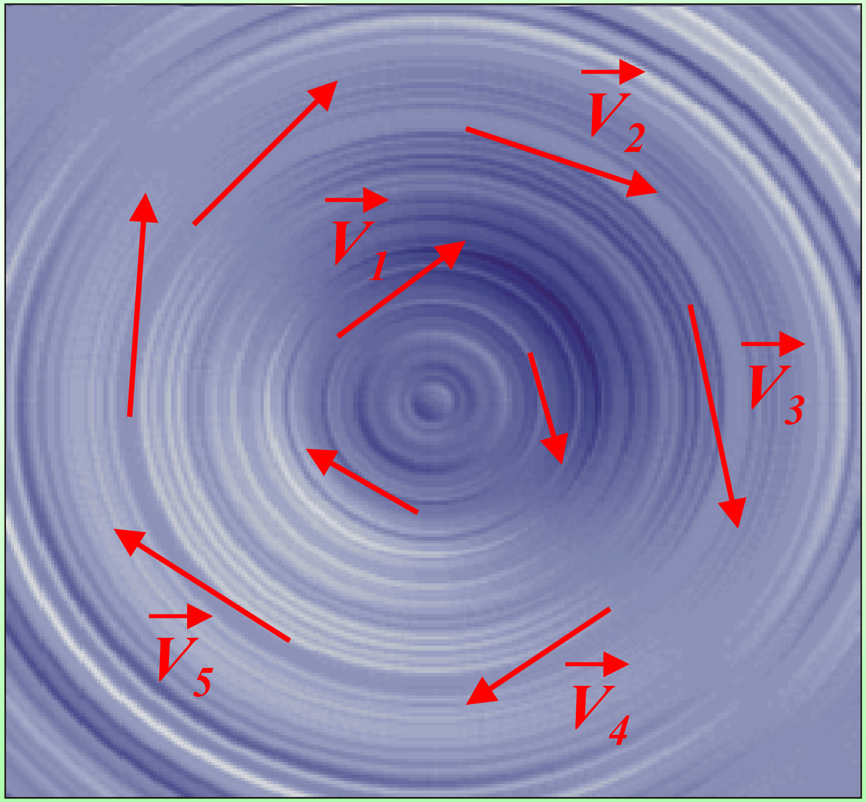
Np. pole temperatury – z każdym punktem przestrzeni związana jest wielkość skalarna ***T(x,y,z,t)***

Temperatura we wszystkich punktach na powierzchni oznaczonej T_i jest taka sama (krzywa ciągła pokazuje przecięcie tej powierzchni z płaszczyzną z=0 – obrazek znany z map pogody)



Pole wektorowe

Np. pole prędkości – z każdym punktem przestrzeni związana jest wielkość wektorowa $\vec{V}(x,y,z,t)$

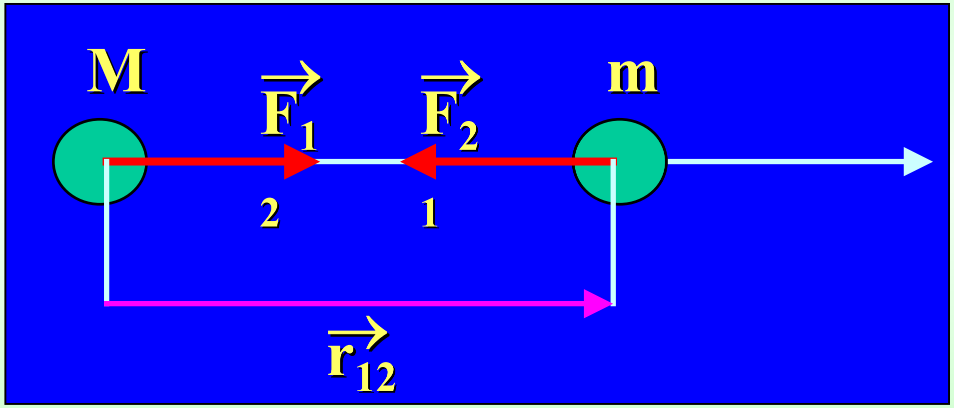


Pole prędkości w wirze wodnym. Wektor prędkości zmienia się w zależności od punktu w wirze i czasu.

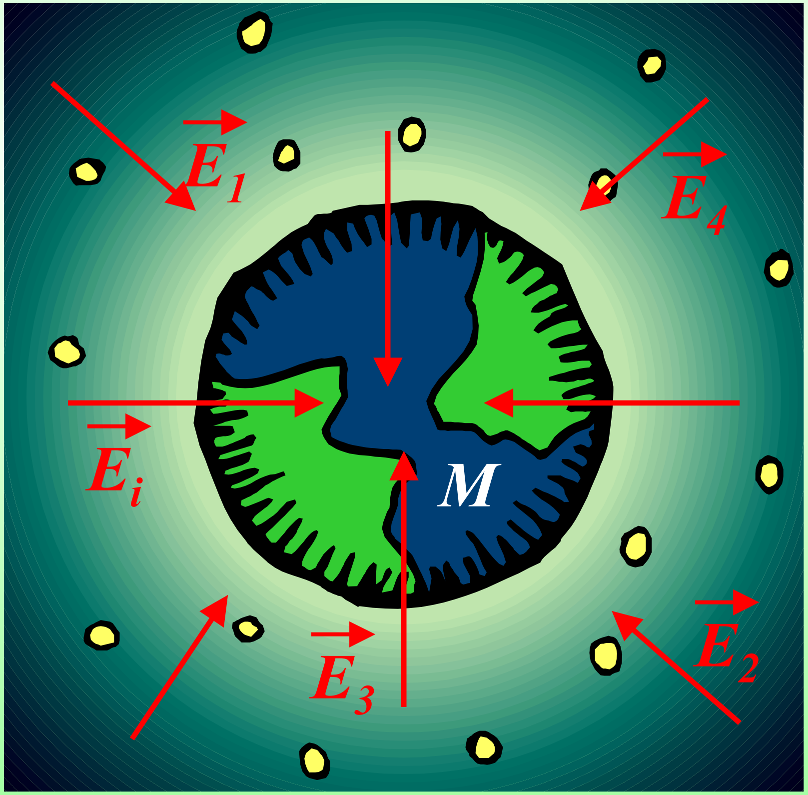
Pole wektorowe

r

Np. pole grawitacyjne – z każdym punktem przestrzeni związana jest wielkość wektorowa – natężenie pola grawitacyjnego $\vec{E}(x,y,z,t)$

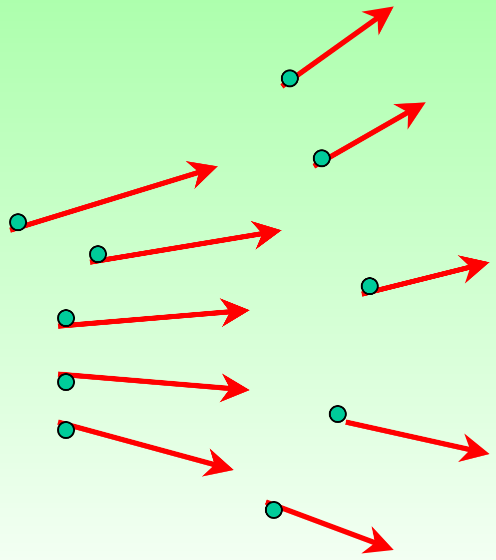


Masa ***M*** wytwarza wokół siebie pole grawitacyjne. Pole to opisywane jest w każdym punkcie (x,y,z) wielkością wektorową – natężeniem pola grawitacyjnego $\vec{E}$.



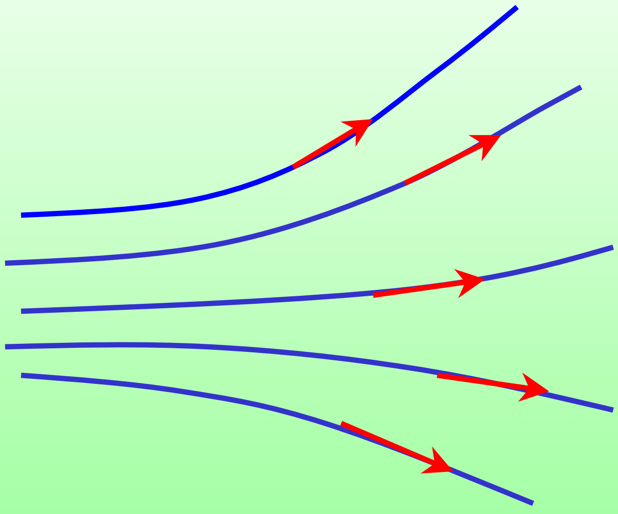
Linie pola

Pole wektorowe można przedstawić jako zbiór „strzałek” ilustrujących wartość pola wektorowego w punktach, z których zaczepione są strzałki.

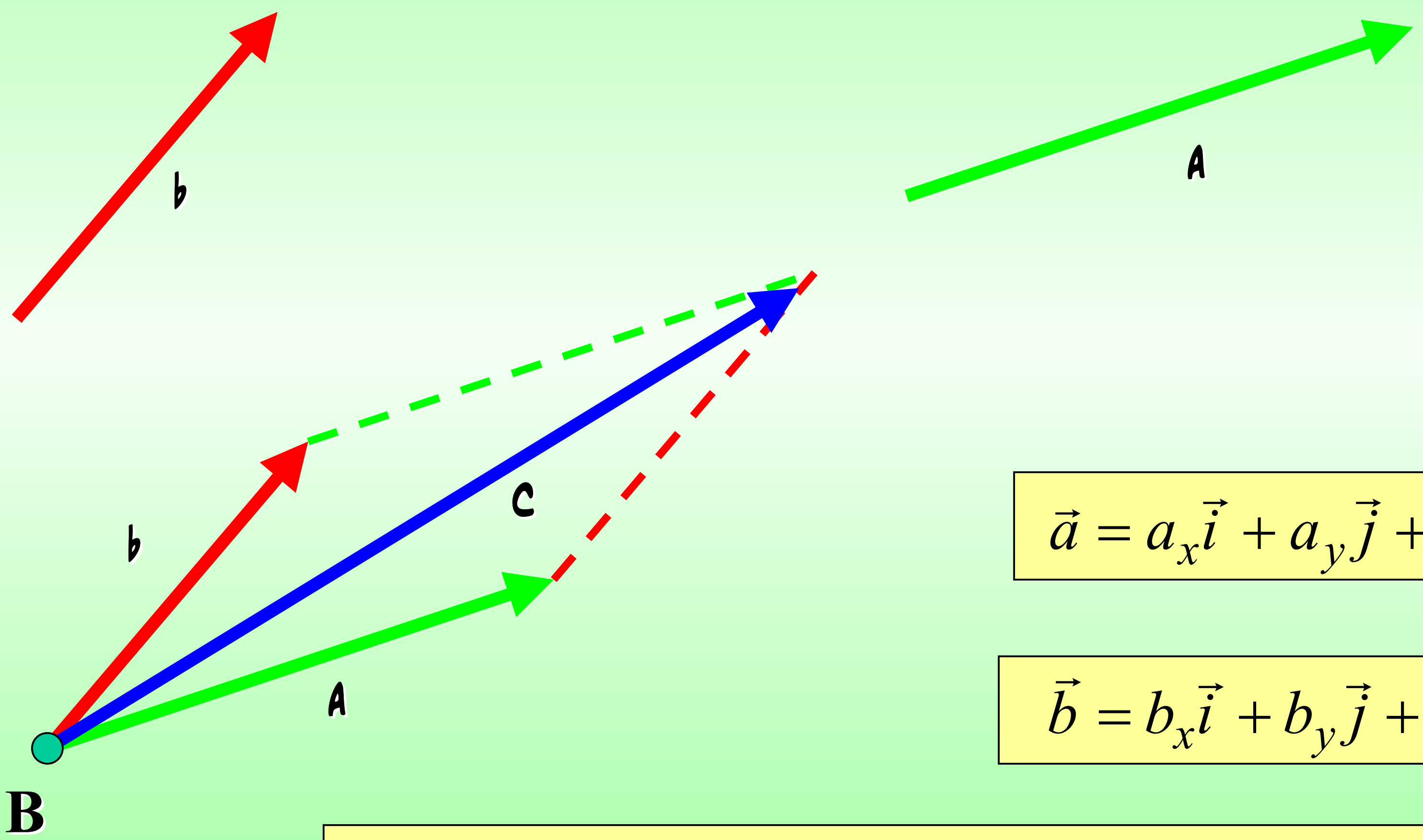


Lub

W postaci linii stycznych w każdym punkcie do kierunku wektora pola przy założeniu, że gęstość linii jest proporcjonalna do natężenia pola.



Podstawowe działania na wektorach - dodawanie

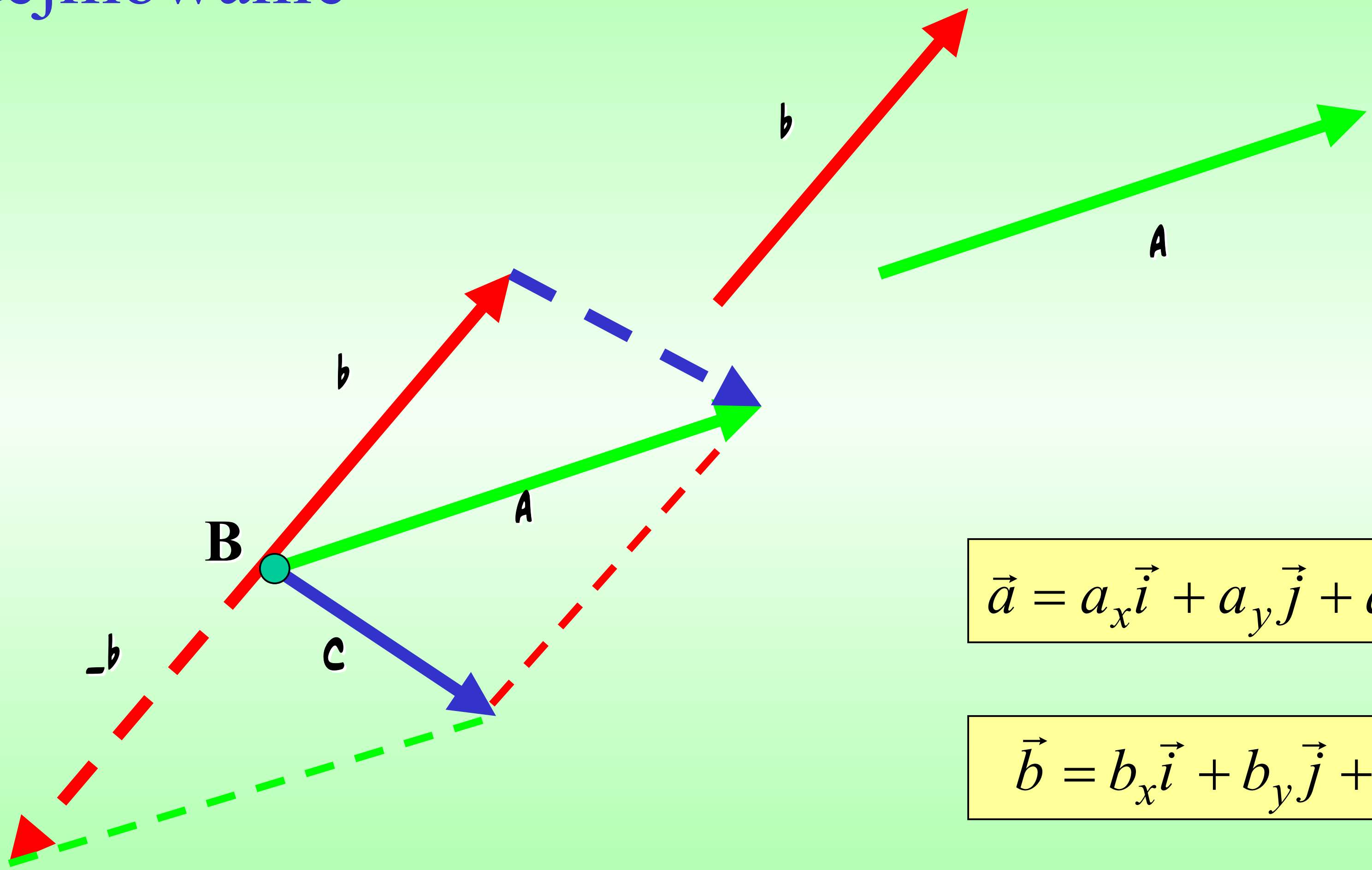


$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}$$

Podstawowe działania na wektorach - odejmowanie

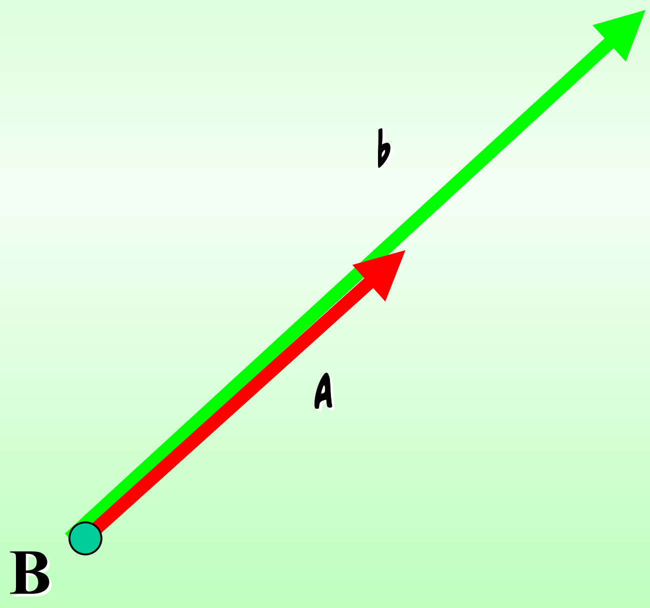


$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j} + (a_z - b_z)\vec{k}$$

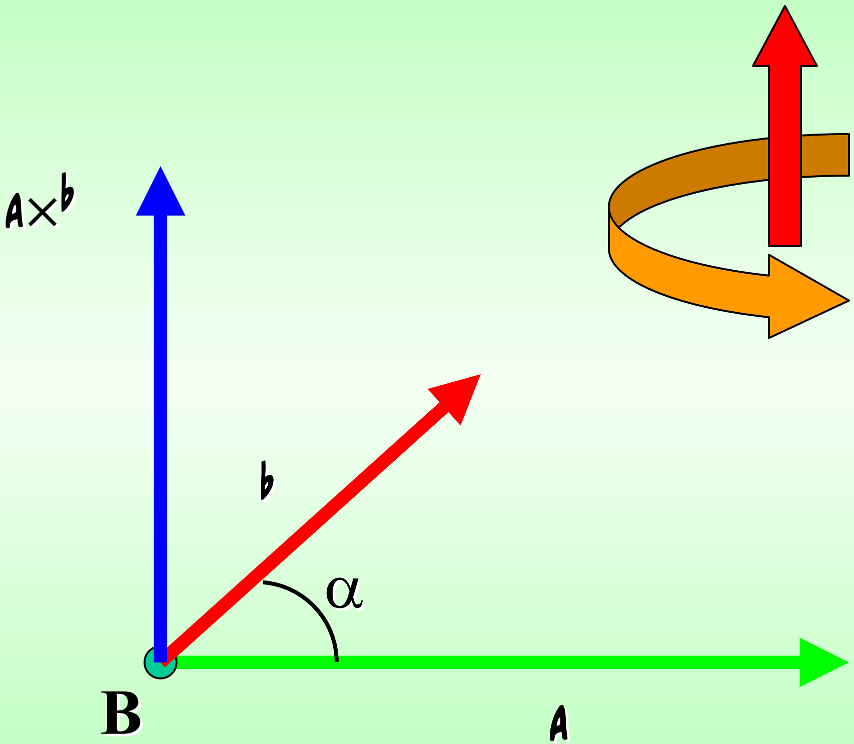
Podstawowe działania na wektorach – mnożenie wektora przez skalar (*n)*



$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\vec{b} = n\vec{a} = na_x\vec{i} + na_y\vec{j} + na_z\vec{k}$$

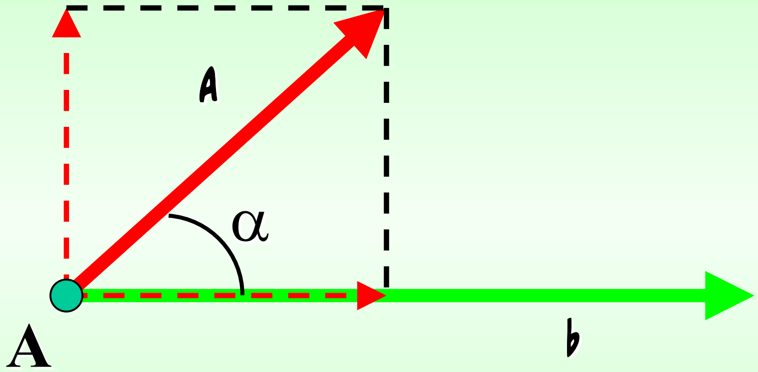
Podstawowe działania na wektorach – iloczyn wektorowy



$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$|\,\vec{a}\times\vec{b}\,| = ab\sin\alpha$$

Podstawowe działania na wektorach – iloczyn skalarny



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Pochodna pola skalarnego

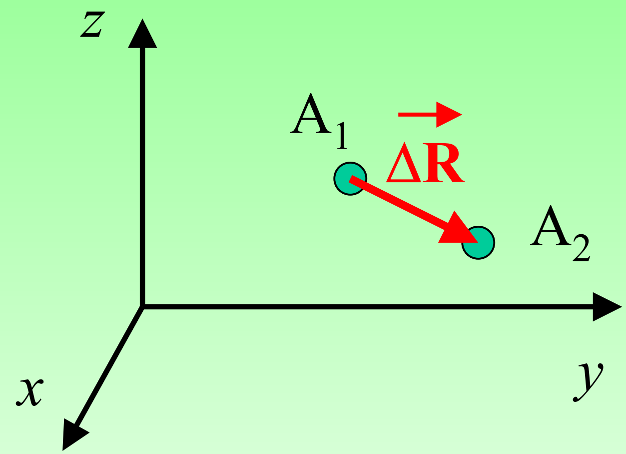
A(x,y,z,t) – wielkość skalarna

$$\frac{\partial A}{\partial t}$$ zmiana pola *A* w czasie

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x},\frac{\partial A}{\partial y},\frac{\partial A}{\partial z}\right)$$ zmiana pola *A* związana z położeniem

Czy $\left(\frac{\partial A}{\partial x},\frac{\partial A}{\partial y},\frac{\partial A}{\partial z}\right)$ może być traktowane jako wektor?

Operator *nabla* $\vec{\nabla}$



Rozpatrzmy dwa punkty skalarnego pola wektorowego odległe o małe ΔR, w których wartość pola wektorowego wynosi A_1 i A_2 (np. temperatury T_1 i T_2).

$\Delta A = A_2 - A_1$ Nie zależy od układu odniesienia

W dowolnym układzie odniesienia:

$$\Delta A = \frac{\partial A}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial A}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial A}{\partial z}\Delta z$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\boxed{\Delta A = \overrightarrow{\nabla A}\cdot\overrightarrow{\Delta R}}$$

Różnica wielkości skalarnej pomiędzy dwoma punktami jest iloczynem skalarnym gradientu tej wielkości i wektora przesunięcia.

$$\nabla A = \frac{\partial A}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial A}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial A}{\partial z}\vec{k}$$

$$\Delta\vec{R} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}}$$

$\vec{\nabla}$ operator wektorowy

Operacje z operatorem *nabla* $\vec{\nabla}$

Tworzenie wektora

A – pole skalarne

$$\vec{\nabla} A = \frac{\partial A}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial A}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial A}{\partial z}\vec{k}$$

Iloczyn skalarny

$\vec{A} = \left(A_x, A_y, A_z\right)$ pole wektorowe

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

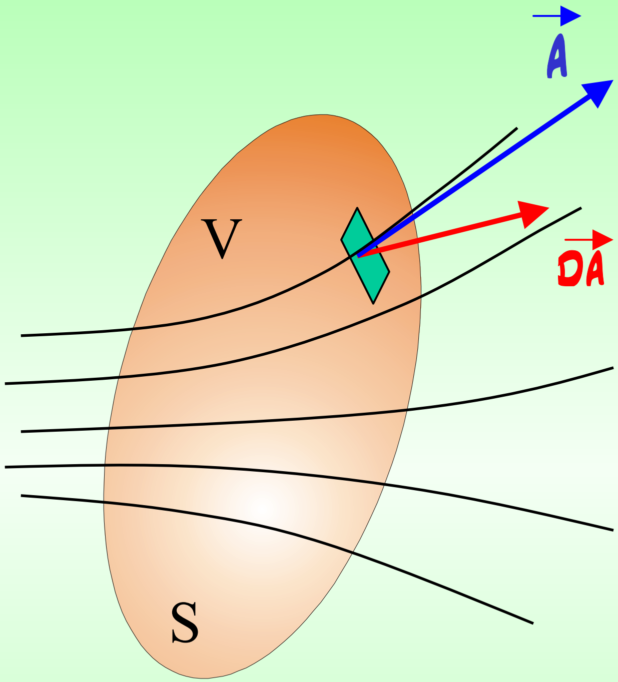
dywergencja pola $\vec{A}$ (div $\vec{A}$)

Iloczyn wektorowy

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

rotacja pola $\vec{A}$ (rot $\vec{A}$)

Wielkości charakteryzujące pola wektorowe. Strumień pola wektorowego.



Jaki jest „przepływ" (strumień) pola wektorowego $\vec{A}$ przez element powierzchniowy $\vec{da}$?

$$d\Phi = \vec{A} \cdot d\vec{a} = A \cdot da \cdot \cos\alpha$$

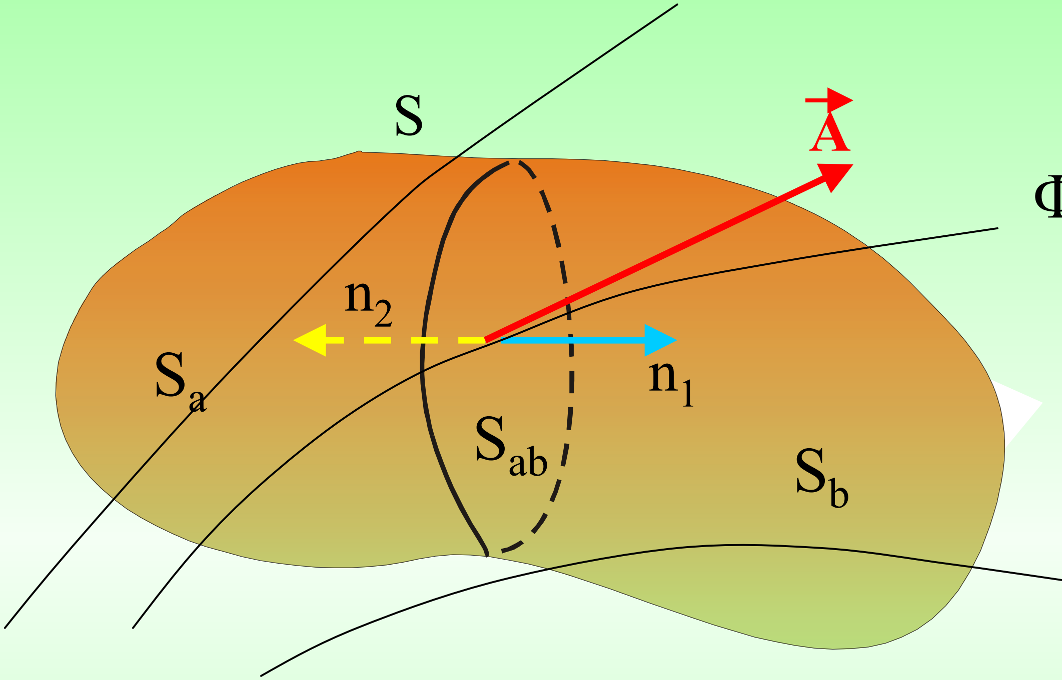
Całkowity „przepływ" (strumień) pola wektorowego przez zamkniętą powierzchnię *S*:

$$\Phi = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{a}$$

$$\mathrm{d}\vec{\mathrm{a}} = \mathrm{da} \cdot \vec{\mathrm{n}}$$

wektor powierzchniowy o wartości równej powierzchni elementu powierzchniowego *da (np.dxdy, dydz)* skierowany na zewnątrz prostopadle do tej powierzchni

Suma strumieni



$$\Phi_1 = \int_{S_a} \vec{A} \cdot \vec{n} da + \int_{S_{ab}} \vec{A} \cdot \vec{n}_1 da$$

$$\Phi_2 = \int_{S_b} \vec{A} \cdot \vec{n} da + \int_{S_{ab}} \vec{A} \cdot \vec{n}_2 da$$

$$\vec{n}_1 = -\vec{n}_2 \quad \Rightarrow \quad \int_{S_{ab}} \vec{A} \cdot \vec{n}_1 da = - \int_{S_{ab}} \vec{A} \cdot \vec{n}_2 da$$

stąd

$$\boxed{\Phi = \Phi_a + \Phi_b}$$

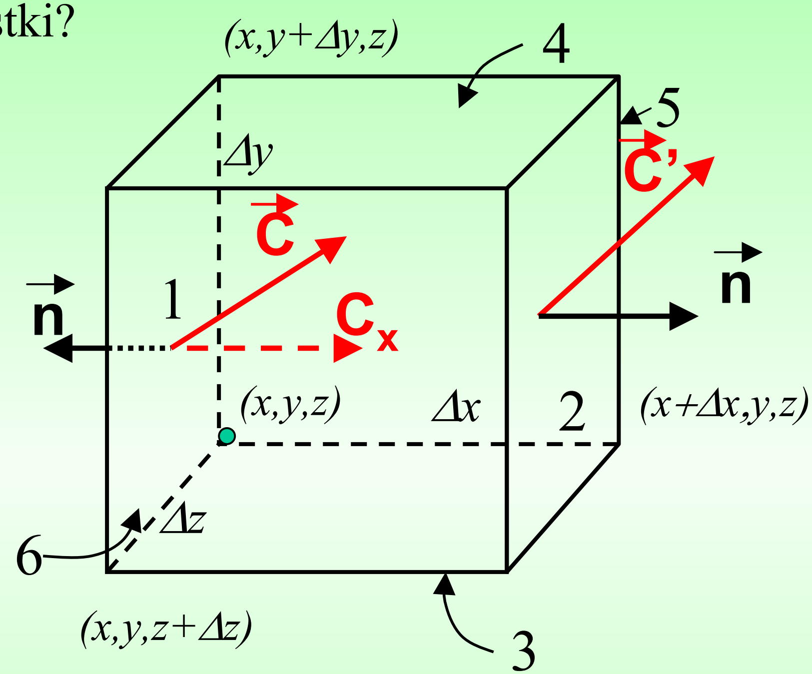
$$\boxed{\Phi = \sum_i \Phi_i}$$

Strumień przez dowolną powierzchnię zamkniętą równy jest sumie strumieni wypływających ze wszystkich części, na które została ona podzielona

Twierdzenie Gaussa_wprowadzenie

$$\Delta x, \Delta y \to 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{C} = const$$

Jaki jest całkowity strumień wypływający z kostki?



$$\Phi_1 = -\int C_x dydz$$

$$\Phi_1 = -C_x(1)\Delta y \Delta z \quad \text{bo} \quad \Delta x, \Delta y \to 0$$

podobnie

$$\Phi_2 = -C_x(2)\Delta y \Delta z$$

ale, dla dostatecznie małych Δx

$$C_x(2) = C_x(1) + \frac{\partial C_x}{\partial x}\Delta x$$

stąd

$$\left.\begin{aligned} \Phi_1 + \Phi_2 &= \frac{\partial C_x}{\partial x}\Delta x \Delta y \Delta z \\ \Phi_3 + \Phi_4 &= \frac{\partial C_y}{\partial y}\Delta x \Delta y \Delta z \\ \Phi_5 + \Phi_6 &= \frac{\partial C_z}{\partial z}\Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\int_{1-6} \vec{C} \cdot d\vec{a} = \left[\frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} + \frac{\partial C_z}{\partial z}\right]\Delta x \Delta y \Delta z}$$

Twierdzenie Gaussa

$$\int_{S\_kostki} \vec{C} \cdot d\vec{a} = \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{C}\right) \Delta V$$

Dywergencja wektora ***C*** w danym punkcie jest strumieniem (wypływem) na jednostkę objętości w otoczeniu tego punktu

Ponieważ całkowity strumień z danego obszaru równy jest sumie strumieni z każde z jego części, więc:

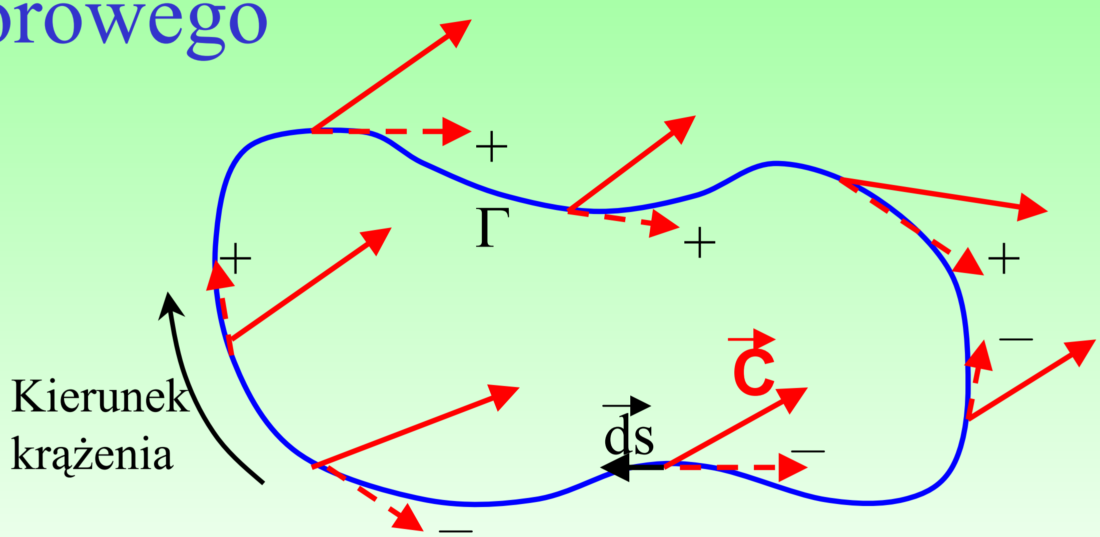
$$\int_S \vec{C} \cdot d\vec{a} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{C} dV$$

Twierdzenie Gaussa

Całka po dowolnej powierzchni zamkniętej ze składowej normalnej wektora jest równa całce objętościowej po obszarze ograniczonym tą powierzchnią, z dywergencji tego wektora

Krążenie pola wektorowego

$\vec{\mathbf{C}}$ – pole wektorowe



Całkę krzywoliniową wzdłuż krzywej zamkniętej Γ ze składowej stycznej wektora $\vec{\mathbf{C}}$ nazywamy

krążeniem pola wektorowego $\vec{\mathbf{C}}$ po krzywej Γ :

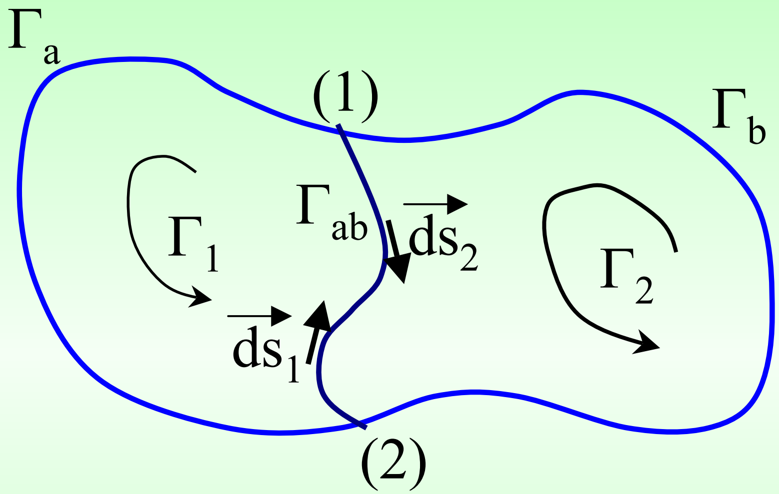
$$\oint_{\Gamma} \vec{C} \cdot d\vec{s}$$

Suma krążeń

$$\oint_{\Gamma_1} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma_a} \vec{C} \cdot d\vec{s} + \oint_{\Gamma_{ab}} \vec{C} \cdot d\vec{s}_1$$

$$\oint_{\Gamma_2} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma_b} \vec{C} \cdot d\vec{s} + \oint_{\Gamma_{ab}} \vec{C} \cdot d\vec{s}_2$$

Kierunek krążenia taki sam w obu pętlach:



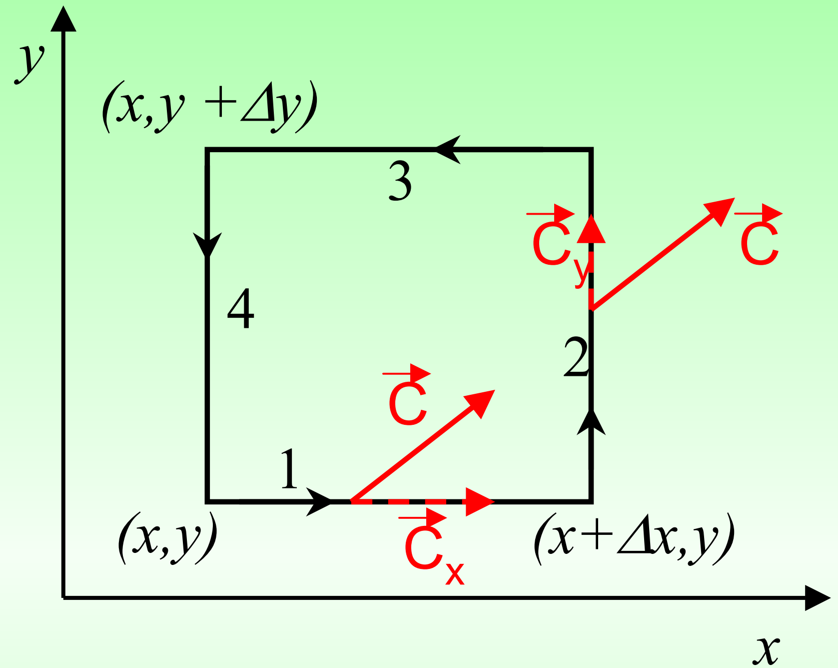
ale $\oint_{\Gamma_{ab}} \vec{C} \cdot d\vec{s}_1 = -\oint_{\Gamma_{ab}} \vec{C} \cdot d\vec{s}_2$

stąd

$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma_1} \vec{C} \cdot d\vec{s} + \oint_{\Gamma_2} \vec{C} \cdot d\vec{s}}$$

$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \sum_i \oint_{\Gamma_i} \vec{C} \cdot d\vec{s}}$$

Krążenie po obwodzie kwadratu



$$\Delta x, \Delta y \to 0 \;\; \Rightarrow \;\; \vec{C} = const$$

$$\oint\limits_{obw\_kw} \vec{C} \cdot d\vec{s} = C_x(1)\Delta x + C_y(2)\Delta y - C_x(3)\Delta x - C_y(4)\Delta y$$

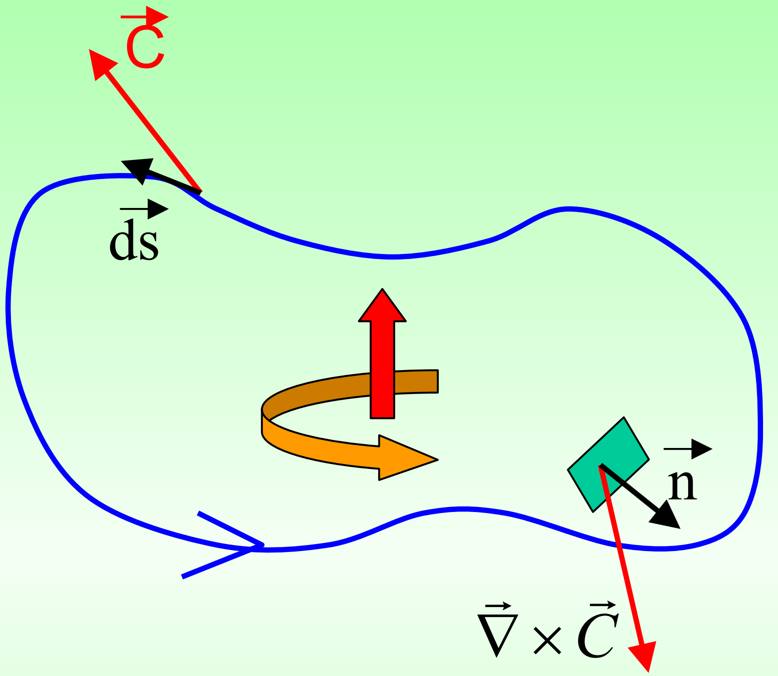
$$\left.\begin{aligned} C_x(3) &= C_x(1) + \frac{\partial C_x}{\partial y}\Delta y \\ C_y(4) &= C_y(2) + \frac{\partial C_y}{\partial x}\Delta x \end{aligned}\right\}$$

$$\oint\limits_{obw\_kw} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \left(\frac{\partial C_y}{\partial x} - \frac{\partial C_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y$$

$$\oint\limits_{obw\_kw} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \left(\vec{\nabla} \times \vec{C} \right)_z \Delta a$$

Twierdzenie Stokesa

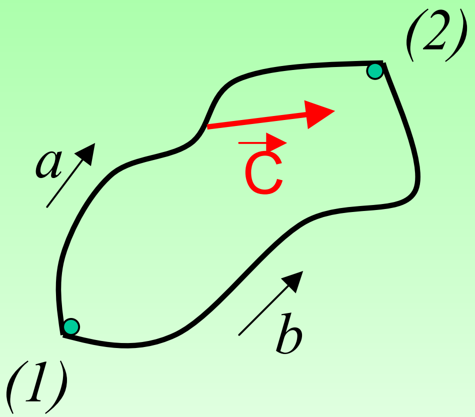
$$\oint_{\Gamma} \vec{C} \cdot d\vec{s} = \int_{S} \left(\vec{\nabla} \times \vec{C}\right) \cdot \vec{n}\, da$$



Krążenie $\vec{\mathbf{C}}$ wzdłuż krzywej Γ jest całką powierzchniową składowej normalnej rotacji $\vec{\mathbf{C}}$.

Pola bezwirowe

φ – pole skalarne



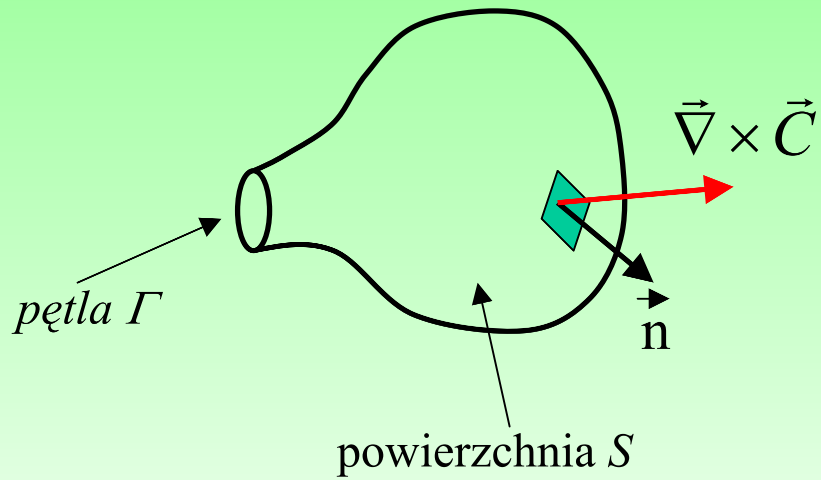
$$\varphi(2)-\varphi(1)=\int_{(1)}^{(2)}\nabla\varphi\cdot d\vec{s}$$ pole potencjalne

$$(2)=(1)\Rightarrow\int_{petla}\nabla\varphi\cdot d\vec{s}=0$$ stąd $\boxed{\vec{\nabla}\times(\nabla\varphi)=0}$ (zawsze)

odwrotnie

$\vec{\nabla}\times\vec{C}=0 \;\Rightarrow$ istnieje $\boxed{\varphi:\;\vec{C}=\nabla\varphi}$

Pola bezźródłowe



$$\Gamma \to 0 \quad \Rightarrow \quad \int_S \left(\vec{\nabla} \times \vec{C}\right) \cdot \vec{n}\, da = 0$$

z tw. Gaussa

$$\int_S \left(\vec{\nabla} \times \vec{C}\right) \cdot \vec{n}\, da = \int_V \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{C}\right) dV = 0$$

zatem

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{C}\right) = 0}$$